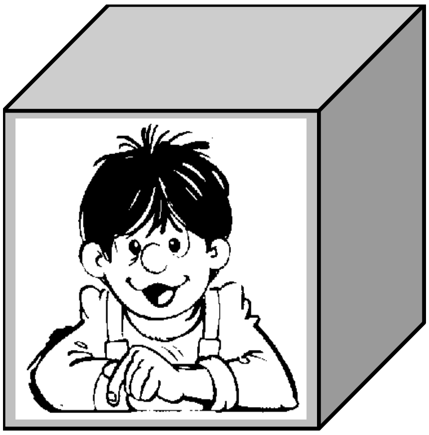
6 3º ESO

"No son las carreras las que tienen salidas. Son las personas"

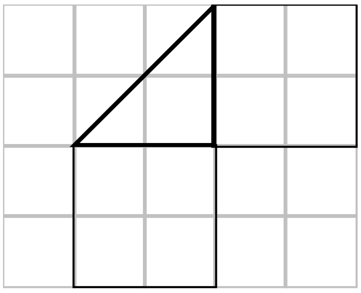


Reales

ÍNDICE:

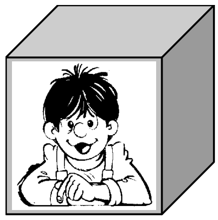
PARA OBSERVAR

P T G R S



1. Tenemos un triángulo rectángulo cuyos catetos llamaremos "c" y a su hipotenusa "h".
2. Colorea los cuadrados que determinan los catetos.
3. Traza el cuadrado que se forma sobre la hipotenusa en la dirección "sureste": ➘
4. ¿A qué conclusión llegamos?
5. ¿Cómo se denomina esta conclusión?

HOMBRE EN UN CUBO



Un hombre de 1'80 de estatura y 70 Kg. de peso ha sido capaz de meterse en cubo de arista 0,5 m.

¿Cuál es el volumen aproximado de un señor de estas características sabiendo que la densidad del cuerpo humano es prácticamente 1?

¿Cuál es el volumen del cubo en el que se metió?

¿Es verosímil la noticia?

1. EXPRESIÓN DECIMAL DE LOS NÚMEROS RACIONALES

EXPRESION DECIMAL

• Para hallar la expresión decimal de una fracción se divide el numerador entre el denominador. Al hacer esta operación se pueden presentar los siguientes casos:

$$\begin{cases} \text{Entero:} & \frac{8}{4} = 2 \\ \text{Decimal finito:} & \frac{15}{4} = 3'75 \\ \text{Decimal periòdico:} & \frac{14}{11} = 1'272727\ldots \end{cases}$$

• Así pues una fracción es también EL COCIENTE que resulta de dividir el numerador entre el denominador.

2. EXPRESIÓN FRACCIONARIA DE LOS NÚMEROS DECIMALES PERIÓDICOS

Ahora abordamos el caso contrario, pasar de la expresión decimal de una fracción a su forma fraccionaria.

Si el número es decimal finito es trivial.

En el caso de que tengamos una expresión decimal periódica:

1. Llamar x a la fracción que buscamos y que equivale al número periódico que tenemos.	x = 2,3474747
2. Conseguir, multiplicandolo convenientemente por potencias de 10 dos números distintos con la misma parte decimal.	10x=23’474747 1000x=2347’4747
3. Restarlos y despejar la x.	990x=2324
4. Hallar la fracción	$x = \frac{2324}{990}$

3. NÚMEROS IRRACIONALES. CARACTERIZACIÓN DECIMAL

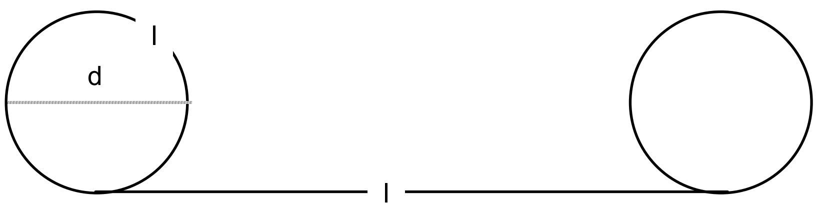
¿Por qué hay números que se representan con letras?

¿Qué es el número π?

¿Cómo se llama a los números que no tienen parte decimal finita o periódica?

¿Qué números son irracionales?

• El número π es la proporción entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.



$$\frac{l}{d} = \pi$$

Tiene infinitas cifras decimales no periódicas. Estas son sus primeras 20 cifras decimales: π = 3’14159265358979323846…

Esto se consigue aproximando la circunferencia por el perímetro de polígonos regulares del mismo radio.

Los judíos (a.C.) utilizaban $\pi = 3$ y los babilonios sabían que $\frac{21}{7} < \pi < \frac{22}{7}$

La mejor aproximación, entre los griegos, fue la dada por Arquímedes, el cual dijo que estaba comprendido entre los números $\frac{22}{7}$ y $\frac{223}{71}$

En la India utilizaron las fracciones $\frac{49}{16}$ y $\frac{3927}{1250}$.

Un matemático en el año 1600 encontró la fracción $\frac{355}{113}$ como aproximación de π.

La diagonal del cuadrado

• También les ocurre a las raíces no enteras de números enteros: $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; …etc.

Por ejemplo al número $\sqrt{2}$ = 1'414213562…le pasa lo mismo que a π que tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

Mostrar las construcciones de las raíces.

Forma decimal

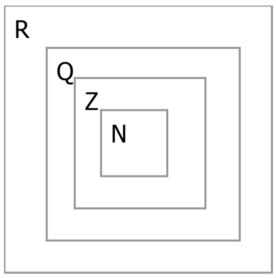
• Una forma sencilla de localizar un número irracional sería ir poniendo cifras decimales no periódicas: 5,101001000100001…

CUADRO COMPARATIVO:

TIPOS DE NÚMEROS				
	N	**Z**	**Q**	**I**
Signo	Positivos	Positivos y negativos	Positivos y negativos	Positivos y negativos
Parte decimal	No tienen	No tienen	Pueden tener	Tienen
Nº de decimales			Finitos o periódicos	Infinitos y no periódicos

Sucesivas ampliaciones de los números

$N \subset Z \subset Q \subset R$



4. APROXIMACIÓN DECIMAL DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Nunca podemos dar su valor exacto en forma decimal, por ello tan sólo podemos hacer aproximaciones.

- $\sqrt{13} \approx$
- $\sqrt{34} \approx$
- $\sqrt{65} \approx$
- $\sqrt{172} \approx$
- $\sqrt{348} \approx$
- $\sqrt[3]{49} \approx$
- $\sqrt[3]{412} \approx$

Cuadrados

n	n^2	n	n^2
1	1	11	121
2	4	12	144
3	9	13	169
4	16	14	196
5	25	15	225
6	36	16	256
7	49	17	289
8	64	18	324
9	81	19	361
10	100	20	400

Cubos

n	n^3
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

Aproximación entera

Daremos un intervalo de longitud 1.

Aproximación decimal

Daremos un intervalo de longitud 0'1.

Aproximación centesimal

Daremos un intervalo de longitud 0'01

Aproximación de $\sqrt{13}$ por				
Defecto	Exceso	Diferencia	Error menor que	Aproximación
3	4	1	1 unidad	Entera
3,6	3,7	0'1	1 décima	Decimal
3'60	3'61	0,01	1 centésima	Centesimal

5. OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

A la hora de hacer cálculos debemos hacerlo con los valores por defecto y exceso para tener controlado el error.

Ejemplo

¿Cuál es el error cometido al hallar el área de una plaza circular de 50 m de radio si utilizamos como valor de π una aproximación centesimal?

6. REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES EN LA RECTA NUMÉRICA

Fracciones

Por método de Tales.

Raíces cuadradas

Por Pitágoras.

Otros

Tan sólo podríamos dar un intervalo que lo contiene. Ver el punto anterior.

7. ORDENACIÓN DE NÚMEROS REALES. VALOR ABSOLUTO

Para comparar dos números reales, en general, lo haremos pasando a su forma decimal.

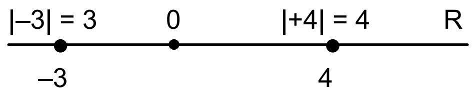
Por ejemplo, ¿cómo son $\sqrt{10}$ y π?

VALOR ABSOLUTO

Valor absoluto de un número es la distancia a la que está del 0.

¿Cómo cambiar de signo a un número?

Se llama valor absoluto de un número "a" y se representa |a|, a la distancia que lo separa del 0.



Por lo tanto, siempre es positivo.

Una definición más operativa es la siguiente.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Ejemplo

|+5| =

|–7| =

8. INTERVALOS Y SEMIRRECTAS

CONSTANTES Y VARIABLES

Una constante es un valor numérico fijo (duración del año solar, el número π).

Una variable es un valor numérico que varía (la temperatura, el tiempo,…). Se representan mediante letras.

INTERVALO

Es el conjunto de números comprendidos entre dos valores fijos que se llaman extremos del intervalo

Intervalo abierto (a, b)

$(a, b) = \{x \in R \,/\, a < x < b\}$

no entran los extremos

Intervalo cerrado [a, b]

$[a, b] = \{x \in R \,/\, a \leq x \leq b\}$

Entran los extremos

Ejemplos

$3 \in (1, 5)$; $2'5 \in (1, 5)$; $1 \notin (1, 5)$

Intervalos semiabiertos o semicerrados. abierto por la derecha

$[a, b) = \{x \in R \,/\, a \leq x < b\}$

semiabierto por la derecha

Intervalos con extremo infinito. semirrectas.

$[a, +\infty) = \{x \in R \,/\, a \leq x\}$

De "a" en adelante

$(-\infty, b) = \{x \in R \,/\, x < b\}$

De "b" hacia atrás

EL CINTURÓN DE LA TIERRA

Imagínate que hemos puesto a la Tierra un cinturón por el Ecuador (40 000 Km) perfectamente ajustado. Si soltamos la hebilla y aumentamos la longitud del cinturón en 1 m, ¿piensas que se notará mucho?

¿A qué distancia del suelo quedaría si se hiciese un reparto uniforme?